数理解析研究所講究録
404巻 1980年 25-35

実験計画のデザイン・解析コンピュータシステム

群馬高専　須田健二

1. まえがき

農事試験や工場実験、または大規模なシミュレーションで、できるだけ少ない実験回数で必要な情報を得るためによく直交実験が用いられている。しかし与えられた要因およびそれらの間にいくつかの想定される交互作用の効果をすべて分離推定できるような実験を計画することは簡単ではなく、現在きわめて特定な技術に頼らざるを得ない．特に因子の数が多くなると実際の計画には大変な手間がかかる．

そこで、このような特定な技術によらず一定のアルゴリズムによって必要な直交実験の計画をコンピュータで自動的に構成でき、しかも実験データもコンピュータで統一的に処理できれば実用上きわめて便利である．実際には種々の条件を満足するような実験を計画し、データを処理しなければならないが、すでに我々は前段階として

(1) 一部実施要因計画（直交実験計画）の場合の実験回数が

与えられたとき因子数をできるだけ多くとれる直交実験を構成する問題[1].

(2) 主効果はどの2因子交互作用とも交絡しないという条件の下で、できるだけ多くの2因子交互作用が推定可能な直交実験を構成する問題[2]。

について報告した．今回マイクロコンピュータを用いて、直交実験に関する計画および推定、検定に関する統一的なプログラムを開発したので報告する.

2．直交実験とt－独立集合

一部実施要因計画における直交実験は、ある条件を満たすような行列Gが作れれば、その水準組合せの決定も解析も簡単であることが知られている[3]．すなわち、水準数sが一定で、しかも素数べきであるなら、ガロア体$GF(s)$上，$m\times n$行列

$$G=\begin{bmatrix} g_{11} & \cdots & g_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ g_{m1} & \cdots & g_{mn} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} g_1 \\ \vdots \\ g_m \end{bmatrix} \qquad (n\le m)$$

から直交表Γは

$$\Gamma=\{\nu=G\theta\ ,\ \theta\in GF(s)^n\}$$

として得られ、実験回数 N は s^n となる．

また、一般に G の任意の t ($2 \leq t \leq m$) 行が $GF(s)$ 上一次独立のとき t - 独立集合という、したがって、次のような直交実験を計画する問題と t - 独立集合との関係は次のようになる．

(1) 主効果はすべて推定可能 $\Leftrightarrow$ G は 2 - 独立集合

(2) 主効果はそれらのすべての 2 因子交互作用と分離推定可能 $\Leftrightarrow$ G は 3 - 独立集合

(3) すべての主効果；およびそれらのすべての 2 因子交互作用が分離推定可能 $\Leftrightarrow$ G は 4 - 独立集合

3．t - 独立集合と有限射影幾何

本論では t - 独立集合を求めるのに有限射影幾何 ($PG(n,s)$) 的方法を用いる．すなわち、t - 独立集合を求める問題は、$PG(n,s)$ 上、t 点が同一の ($t-2$) - flat 上にない点の集合を求めればよい．

3.1 有限射影幾何における Index number

$PG(n,s)$ 上の t - 独立集合の任意の ($t+1$) 点から t - flat を生成する。このとき生成される点はこの t - flat で t - cover されているという．そして、任意の点がこのような t - flat で何回 t - cover されているかをその点の t -

covered number あるいは index number という。

3・2　有限射影幾何によるわりつけ

実験回数 $N=s^{n+1}$ の直交実験を考えるときは PG(n, s) の点に各因子を対応させて考えるのであるが、それら各因子の間に想定される2因子交互作用が分離推定可能であるためには、その2因子に対応させた2点で生成される直線上の点の index number が1でなければならない。

したがって、主効果はどの2因子交互作用とも交絡しないという条件の下で、与えられた2因子交互作用も分離推定可能にする直交実験計画を求める問題は次のようになる。

すなわち、各因子に対応させる PG(n, s) 上の点は、任意の3点が同一直線上にないように選び、しかも与えられた2因子交互作用が分離推定可能であるよう、その2因子に対応させた2点で生成される直線上の点の index number が1でなければならない。

4、計画プログラムの概要

実用的に最も重要と思われる主効果はどの2因子交互作用とも交絡しないという条件の下で、できるだけ少ない実験回数で与えられた因子の主効果および2因子交互作用効果が推定可能な直交実験計画を、有限射影幾何 PG(n, s) 上の計算

技術〔1〕を用いて構成する．このための具体的なアルゴリズムは次のとおりである。

(1) 推定したい因子数（水準数）と2因子交互作用の数を入力してやる。コンピュータはできるだけ少ない実験回数で実現するための割りつけるべき $PG(n, s)$ の n を決定してくる〔2〕。

(2) $PG(n, s)$ の初期直線を入力してやり、直線を計算するための前処理を行なう．

(3) 2因子交互作用効果のある2因子A，Bに割りつける2点を選び入力する．コンピュータは直線 $\overline{AB}$ を計算し、index number をTV上に表示する。

(4) 因子Aとさらに2因子交互作用のある因子Cに割りつける点を index number 0の点から選び入力する。コンピュータは直線 $\overline{AC}$ を計算し、index number をTVに表示．

(5) 因子Aとさらに2因子交互作用のある因子があれば(4)をくり返し、なければ、因子B，C，… と2因子交互作用がある因子というように割りつける点を同様に選び入力する．

(6) なお (4)(5)の過程で、index number が1の点もTV上に表示してくるので、割りつけた点がOKかどうか．すなわち、これらの割りつけで2因子交互作用が分離推定可能

かどうか判定できる。

(7) 最後に2因子交互作用をもたない因子に割りつける点を index number 0の点から選び入力する。

(8) PG(n, s) の既約多項式の係数を入力してやることにより割りつけた点の係数行列(G行列)をつくり、直交表を生成し、カセットテープにも記録する。

5. 解析プログラムの概要

計画プログラムによって作成された水準組合せに従って行なった実験データを入力してやることにより、図1のフローチャートに示す方法で、自動的に分散分析に必要なデータが得られるようになっている。

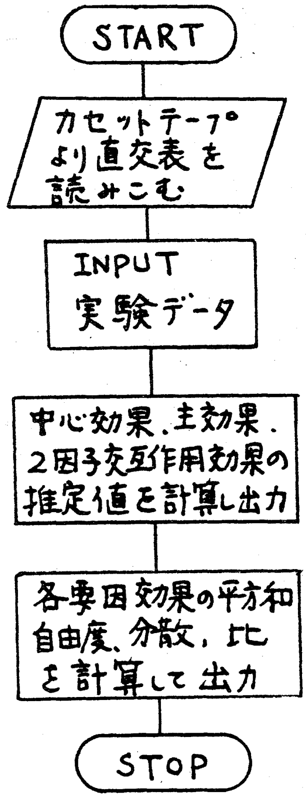

図1. フローチャート

6 適用例

ここでは簡単な例を取り上げる[4]。すなわち、推定したい因子数はR, A, B, C, Dの5因子で、すべて2水準、2因子交互作用の数はA×B, A×C, A×D, B×C, B×D, C×D の6であるとする。

(1) まず計画プログラムをRUNさせ、因子数5，水準数2、2因子交互作用の数6を入力する.

(2) 割りつけるべきPG(n,2)のnが3と決定されてくるので、PG(3,2)の初期直線を入力する.

(3) まず、因子Aと2因子交互作用のあるBに注目して、A→1，B→2に割りつけ入力すると、表1に示すようなindex numberがTV上に表示される.

(4) さらに因子Aと2因子交互作用のあるC→3に割りつけ入力、その後、D→12に割りつけ入力してやると表2に示す情報がTV上に表示される。

(5) つぎに因子Bと2因子交互作用のあるC(3)を入力、D(12)を入力してやると表3に示す情報がTV上に示される。

(6) つぎに因子Cと2因子交互作

表1

```
   INDEX NUMBER
0  ( 0  ) 1  ( 1  ) 2  ( 1  )
3  ( 0  ) 4  ( 0  ) 5  ( 1  )
6  ( 0  ) 7  ( 0  ) 8  ( 0  )
9  ( 0  ) 10 ( 0  ) 11 ( 0  )
12 ( 0  ) 13 ( 0  ) 14 ( 0  )
```

表2

```
   INDEX NUMBER
0  ( 0  ) 1  ( 3  ) 2  ( 1  )
3  ( 1  ) 4  ( 0  ) 5  ( 1  )
6  ( 0  ) 7  ( 0  ) 8  ( 0  )
9  ( 1  ) 10 ( 0  ) 11 ( 0  )
12 ( 1  ) 13 ( 1  ) 14 ( 0  )

**CHOSEN POINT [ 1 , 2 , 3 , 12
,]
**KOUGO SAYOU POINT**
 1 - 2
 1 - 3
 1 - 12
INDEX NUMBER (1)
 5  ... 1   2   5
 9  ... 1   3   9
 13 ... 1   12  13
```

表3

```
   INDEX NUMBER
0  ( 0  ) 1  ( 3  ) 2  ( 3  )
3  ( 2  ) 4  ( 0  ) 5  ( 1  )
6  ( 1  ) 7  ( 1  ) 8  ( 0  )
9  ( 1  ) 10 ( 0  ) 11 ( 0  )
12 ( 2  ) 13 ( 1  ) 14 ( 0  )

**CHOSEN POINT [ 1 , 2 , 3 , 12
,]
**KOUGO SAYOU POINT**
 1 - 2
 1 - 3
 1 - 12
 2 - 3
 2 - 12
INDEX NUMBER (1)
 5  ... 1   2   5
 6  ... 2   3   6
 7  ... 2   7   12
 9  ... 1   3   9
 13 ... 1   12  13
```

用をもつ D(12) を入力してやると、表4に示す情報がTV上に表示され、これで推定したい2因子交互作用効果はすべて分離推定可能と判断できる。

(7) 最後にブロック因子Rをindex number 0の点0に割りつけ、割りつけが完了する。

(8) PG(3,2)の既約多項式の係数を入力してやることにより、表5に示すG行列を生成し、直交表（表6）をプリンタに出力し、またカセットテープに記憶する。

(9) 表6に示された水準組合せで実験を行なった後、解析プログラムをRUNさせ、カセットテープに記憶された直交表を読みこむ。

表5. G行列

1	0	1	0	0
2	0	0	1	0
3	0	0	0	1
12	1	1	1	1
0	1	0	0	0

表4

```
    INDEX NUMBER
0  ( 0  ) 1  ( 3  ) 2  ( 3  )
3  ( 3  ) 4  ( 0  ) 5  ( 1  )
6  ( 1  ) 7  ( 1  ) 8  ( 0  )
9  ( 1  ) 10 ( 1  ) 11 ( 0  )
12 ( 3  ) 13 ( 1  ) 14 ( 0  )

**CHOSEN POINT [ 1 , 2 , 3 , 12
,]
**KOUGO SAYOU POINT**
 1 - 2
 1 - 3
 1 - 12
 2 - 3
 2 - 12
 3 - 12
INDEX NUMBER (1)
 5  ... 1   2   5
 6  ... 2   3   6
 7  ... 2   7   12
 9  ... 1   3   9
 10 ... 3   10  12
 13 ... 1   12  13
```

表6 直交表とデータ

チョッコウヒョウ						データ
1	0	0	0	0	0	2
2	0	0	0	1	1	9
3	0	0	1	0	1	6
4	0	0	1	1	0	43
5	0	1	0	0	1	10
6	0	1	0	1	0	17
7	0	1	1	0	0	24
8	0	1	1	1	1	18
9	1	0	0	0	1	0
10	1	0	0	1	0	12
11	1	0	1	0	0	11
12	1	0	1	1	1	16
13	1	1	0	0	0	8
14	1	1	0	1	1	7
15	1	1	1	0	1	1
16	1	1	1	1	0	27

表7. 要因効果の推定値

ﾁｭｳｼﾝ ｺｳｶ ... 13.1875

ｼｭｺｳｶ ﾉ ｽｲﾃｲﾁ

R (0) ... 16.125
A (0) ... 12.375
B (0) ... 8.125
C (0) ... 7.75
D (0) ... 18
R (1) ... 10.25
A (1) ... 14
B (1) ... 18.25
C (1) ... 18.625
D (1) ... 8.375

ｺｳｺﾞｻﾖｳｺｳｶ ﾉ ｽｲﾃｲﾁ

A×B
(0 , 0) ... 5.75
(0 , 1) ... 19
(1 , 0) ... 10.5
(1 , 1) ... 17.5

A×C
(0 , 0) ... 4.75
(0 , 1) ... 20
(1 , 0) ... 10.75
(1 , 1) ... 17.25

A×D
(0 , 0) ... 17
(0 , 1) ... 7.75
(1 , 0) ... 19
(1 , 1) ... 9

B×C
(0 , 0) ... 5
(0 , 1) ... 11.25
(1 , 0) ... 10.5
(1 , 1) ... 26

B×D
(0 , 0) ... 9.75
(0 , 1) ... 6.5
(1 , 0) ... 26.25
(1 , 1) ... 10.25

C×D
(0 , 0) ... 11.25
(0 , 1) ... 4.25
(1 , 0) ... 24.75
(1 , 1) ... 12.5

表8. 分散分析表

要因	平方和	自由度	分散	分散比
R	S(1) ... 138.063	%(1) ... 1	V(1) ... 138.063	11.9392 *
A	S(2) ... 10.5625	%(2) ... 1	V(2) ... 10.5625	.91341
B	S(3) ... 410.063	%(3) ... 1	V(3) ... 410.063	35.4609 **
C	S(4) ... 473.063	%(4) ... 1	V(4) ... 473.063	40.9089 **
D	S(5) ... 370.563	%(5) ... 1	V(5) ... 370.563	32.045 **
A×B	S(1) ... 39.0625	%(1) ... 1	V(1) ... 39.0625	3.378
A×C	S(2) ... 76.5626	%(2) ... 1	V(2) ... 76.5626	6.62088
A×D	S(3) ... .562501	%(3) ... 1	V(3) ... .562501	4.86432E-2
B×C	S(4) ... 85.5625	%(4) ... 1	V(4) ... 85.5625	7.39916
B×D	S(5) ... 162.562	%(5) ... 1	V(5) ... 162.562	14.0579 *
C×D	S(6) ... 27.5625	%(6) ... 1	V(6) ... 27.5625	2.38351
誤差	S ... 46.2552	ｼﾞﾕｳﾄﾞ % ... 4	V ... 11.5638	

(10) 表6に示すような実験データを入力すると、あとは自動的に表7に示す各要因効果の推定値、また表8に示す分散分析に必要なデータが出力される。

(11) F検定を行ない、この場合、主効果B, C, Dは1%水準で有意、Rと2因子交互作用効果B×Dは5%水準で有意である。

7. あとがき

以上、マイコンを用いて直交実験の計画とデータ解析が統一的にできることを示した。また、分割実験の問題、水準が揃っていない場合の問題等、いくつかの制約もあるが、基本的には満足すべき結果が得られた。今後さらに上記問題も含めて実用化のための検討を行なうつもりである。使用したマイコンはCOMPO-BSとPET-2001であるが、プログラムがBASICで作成してあるので、他のマイコンにも簡単に使うことができる。

参考文献

〔1〕 高橋磐郎，藤原良，杉本英二，須田健二，神保雅一：“直交実験の自動計画と maximal 3, 4-linearly independent set”，京都大学数理解析研究所講究録 285，(1976)

〔2〕須田健二，宮崎晴夫：“計算機による直交実験の自動計画―多数の２因子交互作用が推定可能なわりつけ―”，昭和53年度日本経営工学会春季研究発表会予稿集，(1978)
〔3〕高橋磐郎：「組合せ理論とその応用」，岩波書店，(1979)
〔4〕奥野忠一，芳賀敏郎：「実験計画法」，培風館，(1971)